

Points du programme

- **S2-2 - Comportement d'un mécanisme et/ou d'une pièce** : Équilibre des solides : modélisation des liaisons, des actions mécaniques, principe fondamental de la statique, résolution d'un problème de statique.

Séquence 2

Objectifs

- Résoudre par la méthode analytique un problème de statique.

Pré requis

- Savoir calculer le moment d'une force.
- Savoir écrire une action mécanique sous forme de torseur.

1 - Rappel du PFS

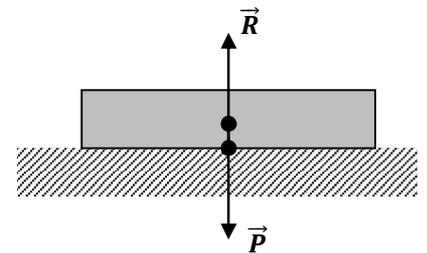
La **statique** est une partie de la mécanique dont la finalité est **l'étude de l'équilibre des systèmes matériels** (solide ou ensemble de solides) **au repos** par rapport à un repère fixe. Le but de ces études est de connaître les forces existantes dans un mécanisme pour le dimensionner correctement.

On peut constater qu'un solide sans mouvement voit son poids compensé par une résultante qui lui est directement opposée.

Avec la **relation vectorielle** :

$$\vec{R}_z = -\vec{P} \quad \text{ou} \quad \vec{R}_z + \vec{P} = \vec{0}$$

Cette relation est la conséquence du Principe Fondamental de la Statique, noté PFS.



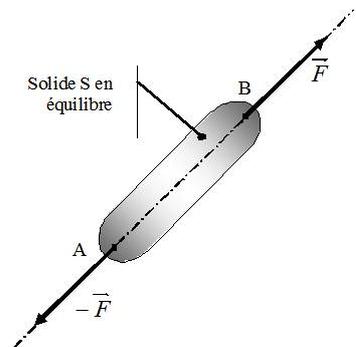
1.1 - Énoncé

Un ensemble matériel {S} est en **équilibre** par rapport à un repère R si, au cours du temps, chaque point de {S} conserve une position fixe par rapport au repère R.

Si un ensemble matériel {S} est en équilibre par rapport à un repère R, la somme des actions mécaniques extérieures à {S} qui agissent sur {S} est nulle.

1.2 - Solide soumis à l'action de deux forces.

Un solide est en équilibre sous l'action de deux forces si et seulement si ces deux forces ont la même direction, la même intensité et des sens contraire.



1.3 - Généralisation

Lors de l'année de première, nous avons résolu des problèmes de statique graphiquement. Cette méthode est limitée à des problèmes dans un plan et à des solides soumis à 2 ou 3 forces.

La méthode de résolution analytique, utilisant les torseurs, permet de résoudre des problèmes dans l'espace avec des solides soumis à plus d'actions mécaniques.

Pour un solide S quelconque en équilibre sous l'action de **n** actions mécaniques.

S'il y a équilibre :

○

○

○

2 - Torseur d'action mécanique transmissible

A partir du moment où l'on assemble deux pièces, il y a un contact et une liaison entre ces deux pièces, donc une action mécanique.

Il existe un lien entre les **degrés de liberté** d'une liaison et les **coordonnées** du torseur de l'action mécanique issue de cette liaison.

Les degrés de liberté d'une liaison vont permettre de simplifier les coordonnées du torseur associé.

Exemple :

Pour une liaison ponctuelle de normale \vec{y} .

Translation	Rotation

➔

Force	Moment

Pour une liaison pivot d'axe \vec{z} .

Translation	Rotation

➔

Force	Moment

3 - Hypothèse du problème plan

Pour l'étude de systèmes qui peuvent se représenter dans un plan d'étude, il existe des simplifications possibles.

Dans un problème plan :

-
-

Exemple :

Liaison glissière d'axe \vec{x} pour un problème dans le plan (\vec{x}, \vec{y}) .

Translation	Rotation

➔

Force	Moment

Liaison rotule pour un problème dans le plan (\vec{y}, \vec{z}) .

Translation	Rotation

➔

Force	Moment

4 - Méthode de résolution

- ① Après l'étude du système à l'aide de l'énoncé et des documents techniques, isoler un solide ou un ensemble de solide et faire le bilan des actions mécaniques extérieures en écrivant les torseurs en leurs points d'applications.

- ② La méthode de résolution analytique permet d'obtenir jusqu'à 6 équations (3 équations dans le cas d'un problème plan). Avant de commencer la résolution, vérifier que le nombre d'inconnues est inférieur ou égal au nombre d'équations.
Si le nombre d'inconnues est supérieur, le problème ne peut pas être résolu ou il peut être encore simplifié.

- ③ Choisir un point du système pour la résolution, généralement nous choisirons le point où il y a l'action mécanique avec le plus d'inconnues.
Déplacer alors les autres torseurs en ce point en calculant les nouvelles coordonnées des torseurs.

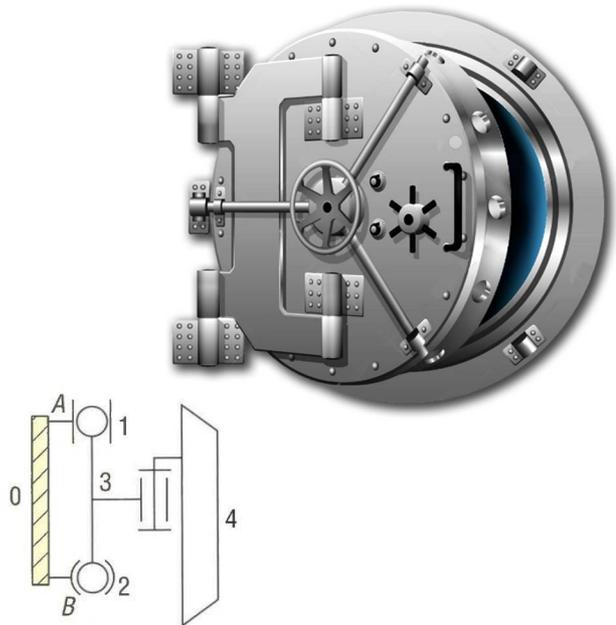
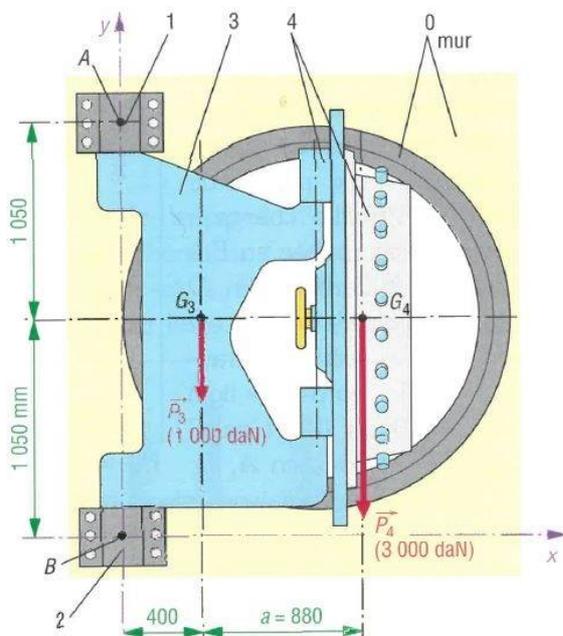
- ④ Ecrire les équations issues du PFS et résoudre.
Présenter vos résultats avec les coordonnées des forces et leurs normes.

Applications

Exercice 1 - Porte de coffre-fort

La porte de coffre-fort étudiée est utilisée pour fermer la salle des coffres d'une banque. Elle se compose d'une porte (4) articulée sur un bras de manœuvre (3). L'ensemble est articulé sur deux gonds (1) et (2) scellés dans le mur (0) en A et B.

L'étude est réalisée dans le plan (\vec{x}, \vec{y}) du dispositif, l'ensemble est en équilibre. \vec{P}_4 (3 000 daN) schématise le poids de la porte et \vec{P}_3 (1 000 daN) le poids du bras.



Question 1.1 - A l'aide du schéma cinématique, réaliser le graphe de liaisons du système.

Question 1.2 - Isoler l'ensemble (3 + 4) et faire le B.A.M.E en écrivant les torseurs correspondant aux actions mécaniques en leur point d'application.

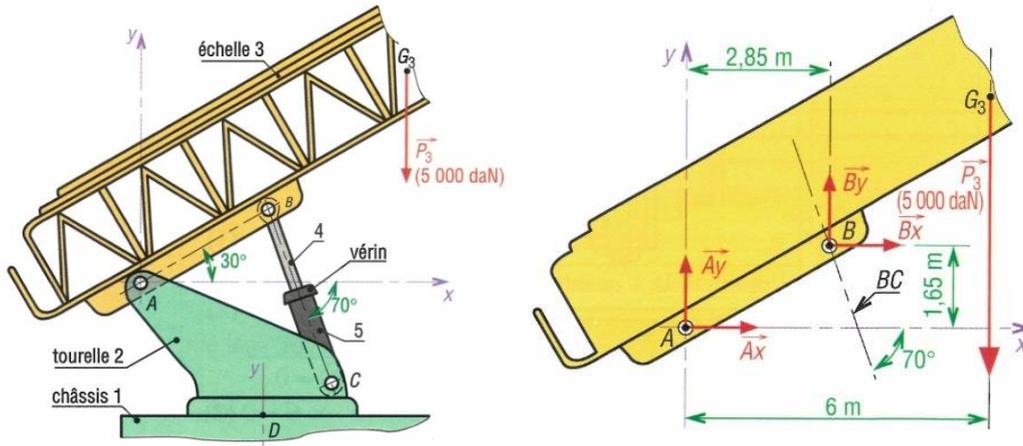
Question 1.3 - Appliquer le PFS à l'ensemble (3 + 4) et déterminer analytiquement les actions mécaniques exercées sur les gonds en A et B.

Exercice 2 - Echelle de pompier

Une échelle de pompier (3), partiellement représentée, est articulée en A (pivot d'axe A, \vec{z}) sur une tourelle (2). La tourelle peut pivoter (rotation d'axe D, \vec{y}) par rapport au châssis du camion (1).

Le levage est réalisé par un vérin hydraulique 4 + 5 (4 = tige, 5 = corps) articulé en B sur l'échelle et en C sur la tourelle, les liaisons en B et C sont des liaisons rotules de centres B et C.

L'étude est réalisée dans le plan (\vec{x}, \vec{y}) du dispositif, l'ensemble est en équilibre. \vec{P}_3 schématise le poids de l'échelle, le poids du vérin est négligé.



Question 2.1 - Isoler le vérin (4+5) et en déduire la direction des actions mécaniques qui agissent sur ce vérin.

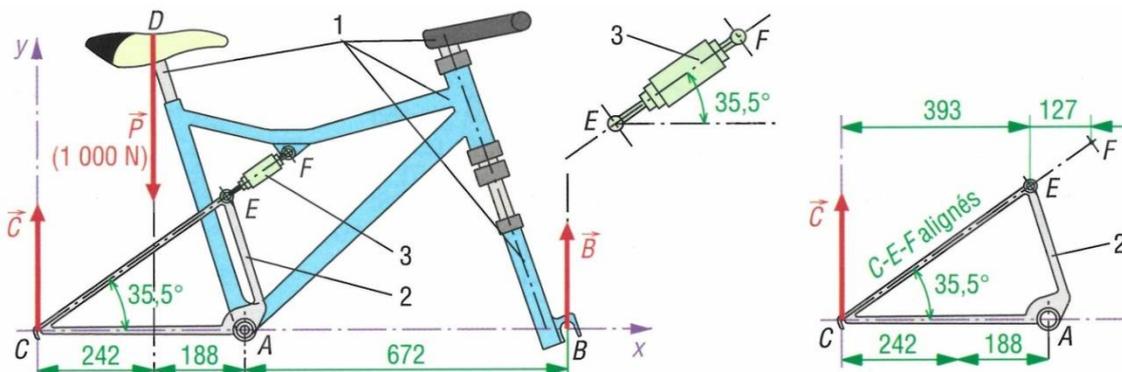
Question 2.2 - Isoler l'échelle (3) et faire le B.A.M.E en écrivant les torseurs correspondant aux actions mécaniques en leur point d'application.

Question 2.3 - Pour déterminer la pression d'alimentation du vérin, il est important de savoir les efforts que celui-ci va subir. Appliquer le PFS à l'échelle (3) et déterminer analytiquement les actions mécaniques exercées sur les liaisons en A et B.

Question 2.4 - Le diamètre du piston du vérin étant de 100 mm, calculer la pression d'alimentation nécessaire pour fournir l'effort au point B.

Exercice 3 - Cadre de vélo

L'ensemble proposé ci-dessous représente un cadre de vélo tout terrain réalisé en deux parties (1) et (2) articulés en A (pivot d'axe A, \vec{z}). Le poids \vec{P} , 1000N, verticale schématise le poids du cycliste supposé totalement appliqué en D. Les actions en \vec{B} et \vec{C} sont les actions des roues sur le cadre. Les autres poids et actions du cycliste (guidon et pédales) sont négligés.



Question 3.1 - Réaliser le graphe de liaisons du système.

Question 3.2 - Isoler l'ensemble du cadre (1 + 2 + 3). En déduire les actions mécaniques en B et C.

Question 3.3 - Isoler l'amortisseur (3) et déterminer la direction de l'action mécanique en E.

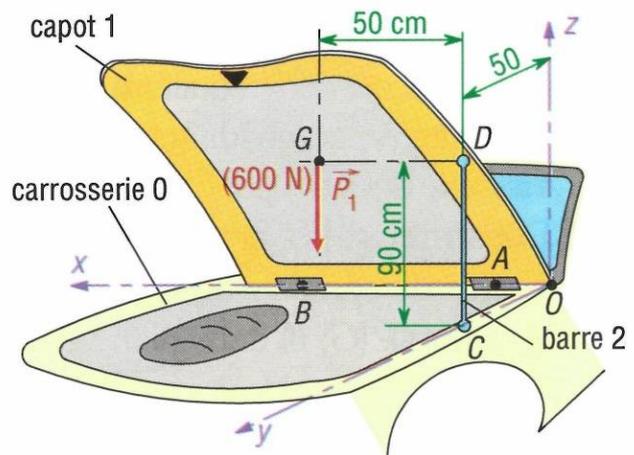
Question 3.4 - Isoler le cadre (2). En déduire les actions mécaniques en A et en E correspondant à l'effort de compression sur l'amortisseur.

Exercice 4 - Capot d'automobile

Un capot d'automobile (1) articulé en A par une liaison pivot et en B par une liaison pivot glissant sur la carrosserie (0) est maintenu en D par une barre (2) en appui en C sur (0). \vec{P}_1 600N en G schématise le poids du capot.

Coordonnées en cm :

- A (10, 0, 0)
- B (90, 0, 0)
- C (0, 50, 0)
- D (0, 50, 90)
- G (50, 50, 90)



Question 4.1 - Isoler le capot (1) et faire le B.A.M.E en écrivant les torseurs correspondant aux actions mécaniques en leur point d'application.

Question 4.2 - Appliquer le PFS au capot (1) et déterminer analytiquement les coordonnées des actions mécaniques inconnues.

Exercice 5 - Pédale de commande

La pédale de commande 1 articulée en A (pivot d'axe (A, \vec{x})) par rapport au bâti 0, permet de relever en C (pivot d'axe (C, \vec{x})) la tige de manœuvre 2.

$\vec{T} = -100 \vec{z}$ (N), vertical, schématise la tension de la tige 2 et \vec{F} , direction (B, \vec{z}) , l'action du pied de l'opérateur.

Pour ce cas, le moment de la liaison pivot en A n'est pas nul.

Question 5.1 - Isoler la pédale (1) et faire le B.A.M.E en écrivant les torseurs correspondant aux actions mécaniques en leur point d'application.

Question 5.2 - Appliquer le PFS à la pédale (1) et déterminer analytiquement les coordonnées des actions mécaniques inconnues.

